

Astrofísica Kawaii

Transporte Radiativo y Cuerpos Negros

Apuntes de Nivel Universitario | El Viaje
de la Luz y Termodinámica

Nivel Diosa 



El Viaje Mágico de la Luz ✨ (Índice de Materia)

El Corazón Estelar ☀️

El laberinto de fotones.
(Profundidad Óptica,
Camino Libre Medio y el Sol)

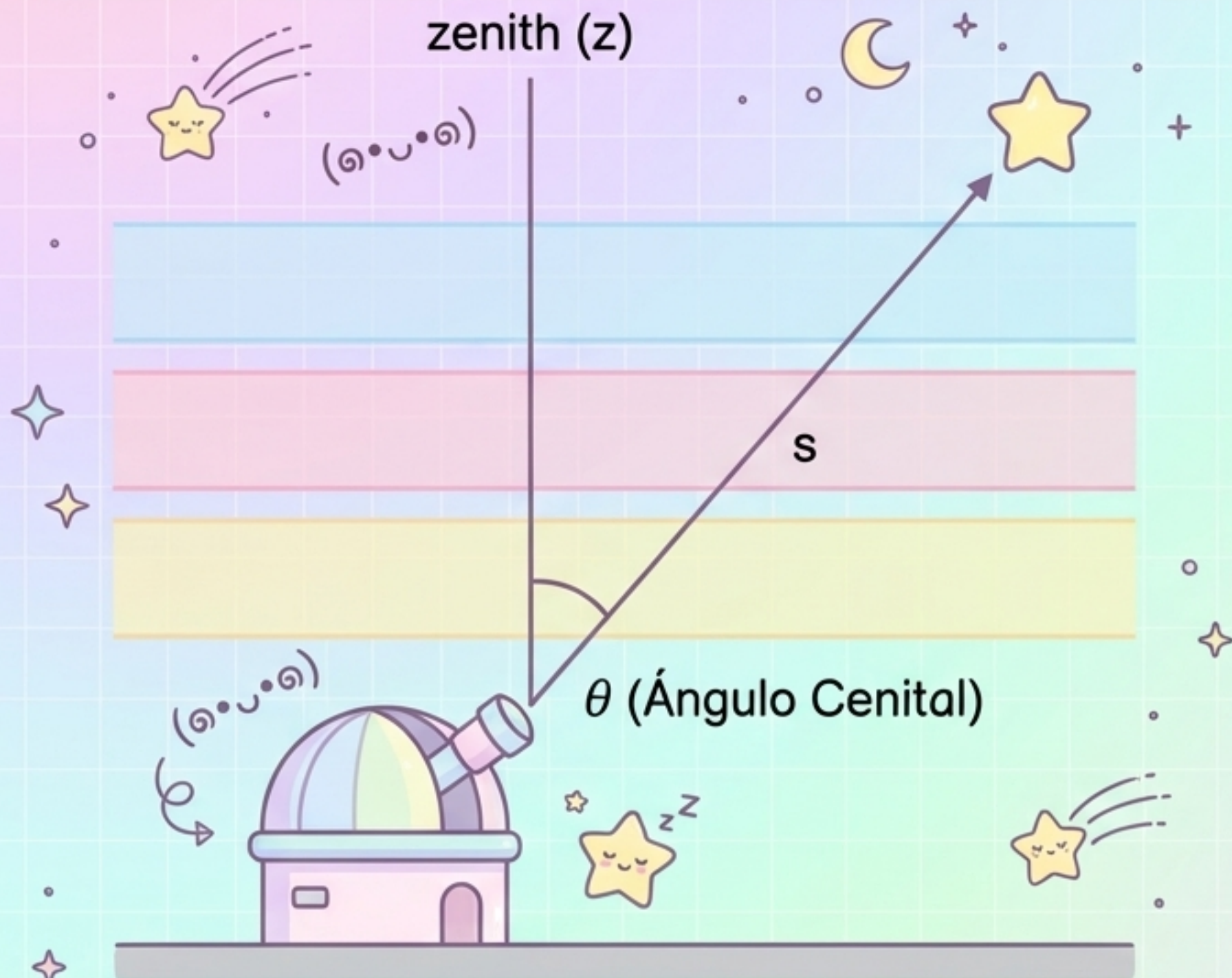
La Atmósfera Terrestre 🌍

¿A través de cuánto aire
miramos? (Extinción
Atmosférica y Masa de Aire)

Magia Termodinámica 🌟

El gas de fotones en equilibrio.
(Leyes de Kirchhoff y la
demostración de Stefan-
Boltzmann)

Extinción Atmosférica: ¿Cuántas atmósferas cruzamos?



$$X = \sec z - 0.0018167(\sec z - 1) - 0.002875(\sec z - 1)^2 - 0.0008083(\sec z - 1)^3$$

Masa de Aire (X): Representa la cantidad de "atmósferas verticales" que la luz debe cruzar.

Ecuación: $X = \sec \theta$ (o $\sec z$)

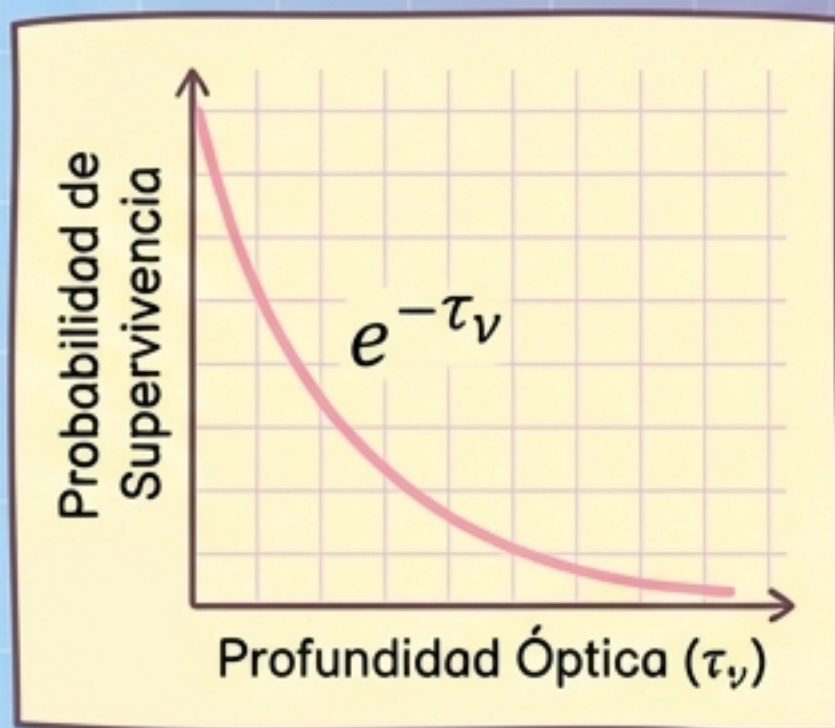
Pro-Tip: ¡Ojo! 💖 Esta aproximación es súper buena para alturas $\geq 30^\circ$ (ángulos cenitales $\leq 60^\circ$). Más abajo, ¡la curvatura de la Tierra arruina el cálculo!

$$X = \frac{1}{\sin(h + 244/(165 + 47h^{1.1}))}$$

Profundidad Óptica (τ_ν): El Espesor de la Niebla Estelar



La probabilidad de que un fotón viaje sin ser absorbido cae drásticamente. ¡Es una caída exponencial! $P(\tau_\nu) \propto e^{-\tau_\nu}$.



¿Qué pasa cuando $\tau = 1$?

La intensidad de la luz decae en $1/e$ (aprox. $\frac{1}{3}$ un tercio de la original).

$\tau=1$ es como esa neblina espesa que apenas te deja ver tu mano. ¡Ahí está el límite de lo que podemos observar! 🙄 ✨

Camino Libre Medio (l_ν): El Paseo del Fotoncito



Es la distancia media que logra recorrer un fotón en un medio antes de interactuar (donde $\tau_\nu = 1$).

Valor medio de fotón

Valor medio de τ :

$$\langle \tau_\nu \rangle = \int_0^\infty \tau_\nu e^{-\tau_\nu} d\tau_\nu = 1$$

Math Pipeline

Por definición:

$$\langle \tau_\nu \rangle = \alpha_\nu l_\nu = 1$$

Despejando la magia:

$$l_\nu = \frac{1}{\alpha_\nu} = \frac{1}{n\sigma_\nu}$$

Despejando la magia



Concebrando magiio

Nos dice qué tan transparente o denso es el medio. En el centro del sol, l_ν es casi cero. ¡Los fotones chocan al instante!

Matrix de Conceptos: Térmica vs. Cuerpo Negro

Radiación Térmica


- **Definición:** Radiación emitida por materia en equilibrio térmico.
- **Función Fuente:** La función fuente emite como la Función de Planck:
 $S_\nu = B_\nu(T)$.
- **Detalle clave:** Depende exclusivamente de la temperatura.



Cuerpo Negro

- **Definición:** Un caso ideal. Un objeto que absorbe y emite toda la energía que recibe ($e=a=1$).
- **Intensidad:** La intensidad específica total se comporta como la Función de Planck: $I_\nu = B_\nu(T)$.

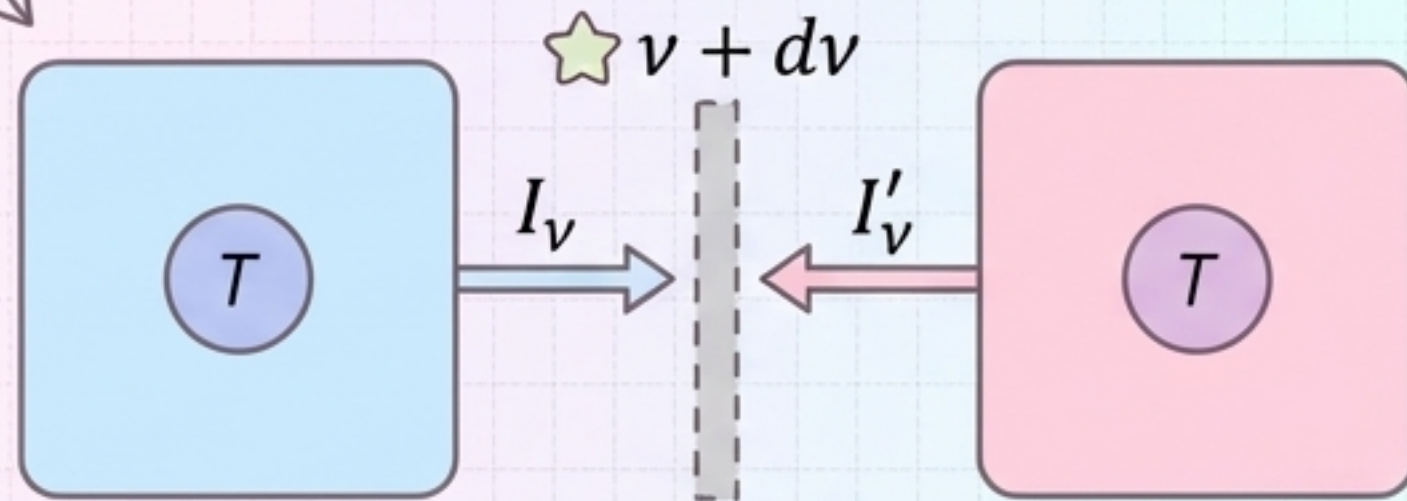


¡Secreto de oro!  La radiación térmica se vuelve radiación de cuerpo negro SÓLO cuando el medio es ópticamente grueso ($\tau_\nu \gg 1$).



Leyes de Kirchhoff: El Experimento de las Cajitas

Dos contenedores a temperatura T en equilibrio termodinámico (LTE). Un filtro solo deja pasar frecuencias entre ν y $\nu + d\nu$.



$$j_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T)$$

(La emisión es igual a la absorción multiplicada por la función de Planck)

1

Si $I_\nu > I'_\nu$, habría un flujo de energía espontáneo, ¡violando la Segunda Ley de la Termodinámica! 📦

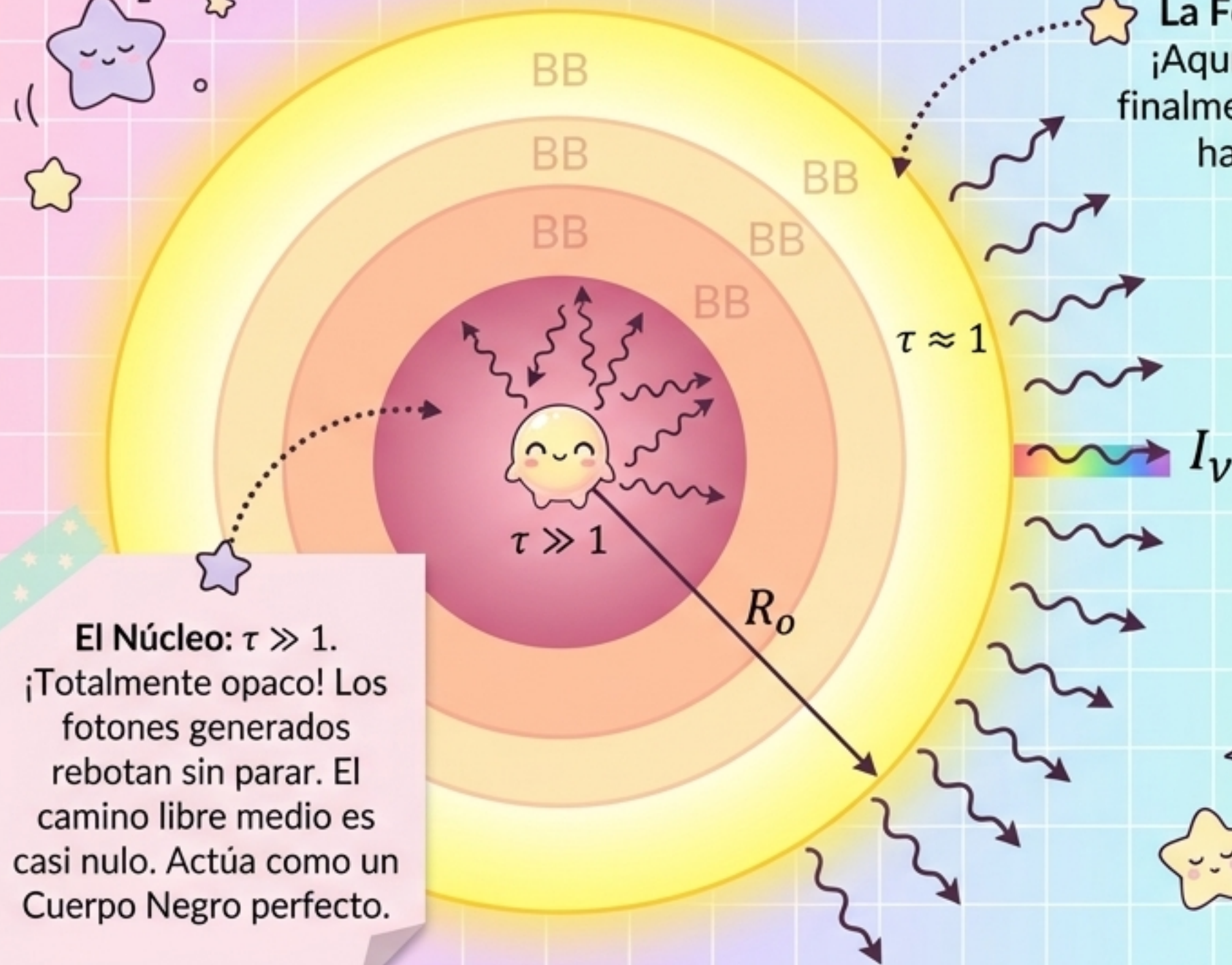
2

Por lo tanto, obligatoriamente:
 $I_\nu = I'_\nu(T)$.

3

Esto prueba que la emisión y la absorción están íntimamente relacionadas por la temperatura.

Anatomía del Sol: ¿De dónde viene su luz?



El Núcleo: $\tau \gg 1$.
¡Totalmente opaco! Los fotones generados rebotan sin parar. El camino libre medio es casi nulo. Actúa como un Cuerpo Negro perfecto.

La Fotosfera: $\tau \approx 1$.
¡Aquí es donde la luz finalmente logra escapar hacia nosotros!

¡La luz que vemos hoy tardó miles de años en salir del núcleo, pero solo 8 minutos en llegar a la Tierra! 🤖



El espectro que recibimos corresponde a una temperatura efectiva de cuerpo negro de 5780 K.

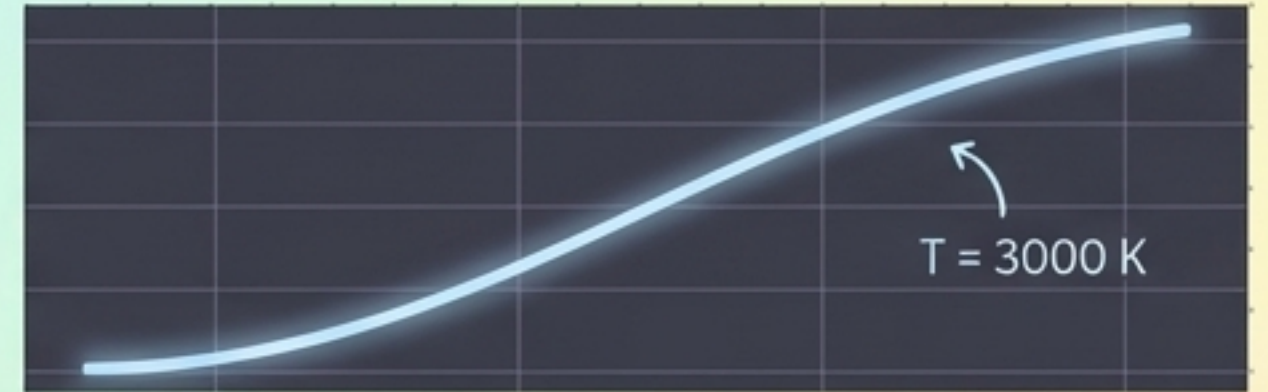
Espectros: La Huella Digital Estelar 🧬★



El Resultado

¡Líneas de absorción! Los átomos en la atmósfera externa “roban” fotones de frecuencias específicas.

$S_\nu / 10^5$



Longitud de Onda [Å]



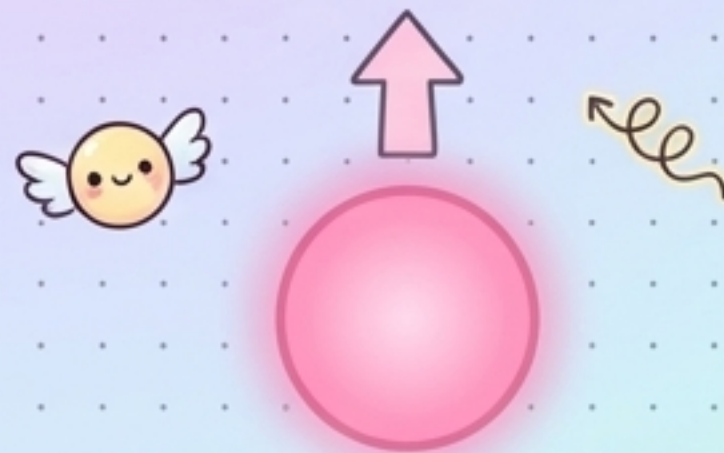
La Atmósfera Fina

La luz atraviesa el gas exterior frío y ópticamente delgado.

$\log(\alpha_\nu)$



Longitud de Onda [Å]



El Continuo ($\tau \gg 1$)

La parte interna emite un espectro continuo, suave y perfecto de radiación térmica.

$\log(i_\nu)$



Longitud de Onda [Å]

Lo que vemos = El cuerpo negro modificado por las absorciones del gas periférico.

Termodinámica Nivel Diosa 👑: El Gas Radiativo

Para descubrir la ley suprema de la radiación, vamos a tratar a la luz encerrada en una cavidad ¡como si fuera un gas en un pistón!

U: Energía total



U (Energía Total):
 $U = uV$
(Densidad de energía \times Volumen)

P (Presión):
 $P = \frac{u}{3}$
(¡Un tercio de la densidad de energía un gas de fotones!)

T: Temperatura

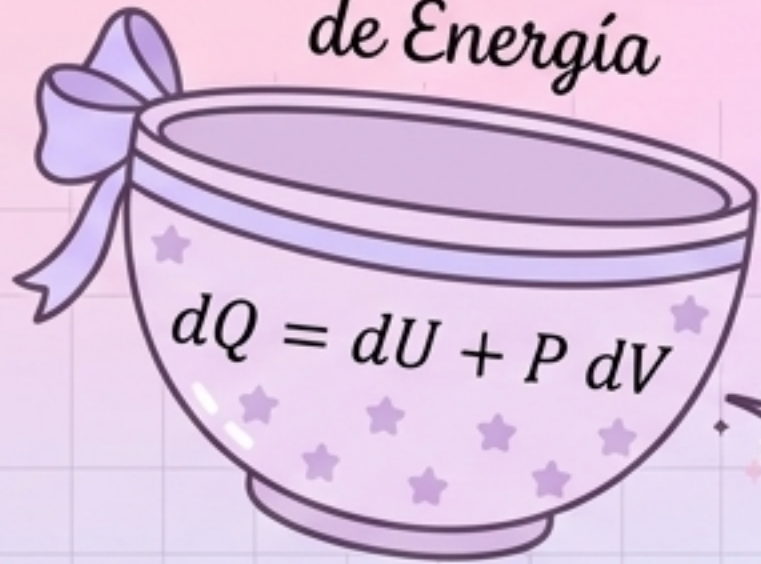
V: Volumen

U: Energía total P: Presión T: Temperatura V: Volumen

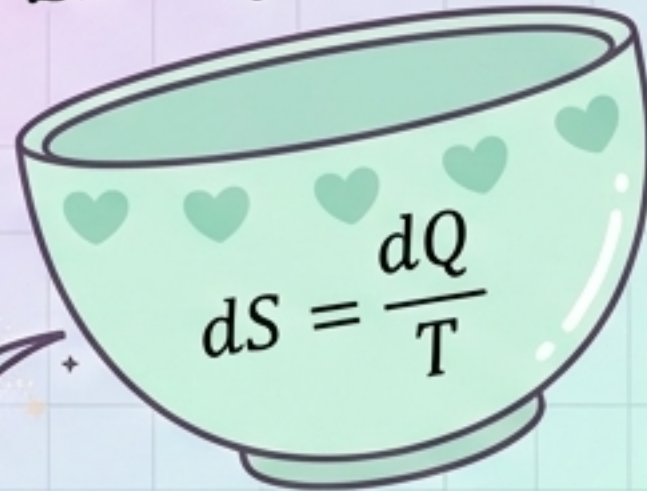
Como la función de Planck $B_\nu(T)$ solo depende de T , ¡la densidad de energía u también es solo función de T ! ($u = u(T)$) ❤️

La Receta del Universo (Paso 1): Combinando Leyes 📖 ✨

1ra Ley - Conservación de Energía




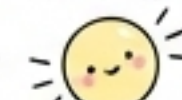
2da Ley - Entropía





Mezclando y Sustituyendo



Sustituimos $U = uV$ y $P = \frac{u}{3}$.


$$dS = \frac{1}{T} d(uV) + \frac{u}{3T} dV$$




$$d(uV) = V du + u dV$$


The Resulting Spell ❤️

$$dS = \frac{V}{T} \left(\frac{du}{dT} \right) dT + \frac{4u}{3T} dV$$

Magia Matemática (Paso 2): El Truco de la Entropía ✨

La entropía (S) es una función de estado (T, V). Por lo tanto, ¡el orden de las derivadas cruzadas no altera el resultado!

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T}$$

Derivando respecto a V

$$\frac{\partial}{\partial V} \left[\frac{V}{T} \frac{du}{dT} \right] = \frac{1}{T} \frac{du}{dT}$$

$$\frac{\partial}{\partial V} \frac{4u}{dT}$$

$$= \frac{1}{T} \frac{du}{dT}$$

Derivando respecto a T

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{4u}{3T} \right] = -\frac{4u}{3T^2} + \frac{4}{3T} \frac{du}{dT}$$

¡igualemos estas dos mitades en la siguiente página! 😊

La Ecuación Diferencial (Paso 3): Despejando el Camino 🖌️

Step 1: Igualando

$$\left(\frac{1}{T}\right)\left(\frac{du}{dT}\right) = -\frac{4u}{3T^2} + \left(\frac{4}{3T}\right)\left(\frac{du}{dT}\right) \text{ 🌍}$$

Step 2: Agrupando términos con du/dT

Restamos el término izquierdo del derecho:

$$\left[\frac{4}{3T} - \frac{1}{T}\right]\left(\frac{du}{dT}\right) = \frac{4u}{3T^2}$$

Queda: $\frac{1}{3T}\left(\frac{du}{dT}\right) = \frac{4u}{3T^2}$

Step 3: Simplificando

Multiplicamos por $3T$... 🌟

The Beautiful Result ♡

$$\frac{du}{dT} = \frac{4u}{T}$$

🌟
¡Logramos una ecuación
diferencial de primer
orden súper elegante!
Separación de variables,
¡allá vamos! 🚀

El Gran Final ✨: La Ley de Stefan-Boltzmann

Separamos variables: $du/u = 4 (dT/T)$
Integramos: $\int (du/u) = 4 \int (dT/T)$
 $\ln u = 4 \ln T + \ln a$
(donde $\ln a$ es nuestra constante de integración)

Aplicamos exponencial a ambos lados y...

$$u(T) = a T^4$$

Demostrado analíticamente por Boltzmann en 1884. ¡La densidad de energía de la radiación térmica escala con la temperatura a la cuarta potencia! 🍪🔥

Cheat Sheet Estelar ✨ (¡Guárdalo para el examen!)

Atmósfera:

Masa de Aire
 $X = \sec \theta$
(Aproximación
para $z \leq 60^\circ$)

Opacidad:

Camino Libre Medio
 $l_\nu = 1 / \alpha_\nu$
(Cuando $\tau=1$, I_ν cae
por $1/e$).

Radiación:

Ley de Kirchhoff:
En equilibrio térmico,
emisión = absorción.
 $j_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T)$

El Sol:

Vemos la fotosfera ($\tau \approx 1$).
El núcleo es un cuerpo
negro perfecto ($\tau \gg 1$)
atrapando luz.

Termodinámica:

Ley de Stefan-Boltzmann:
 $u = aT^4$.
¡Derivada a partir de
 $P=u/3$ y la 2da Ley de la
Termodinámica!