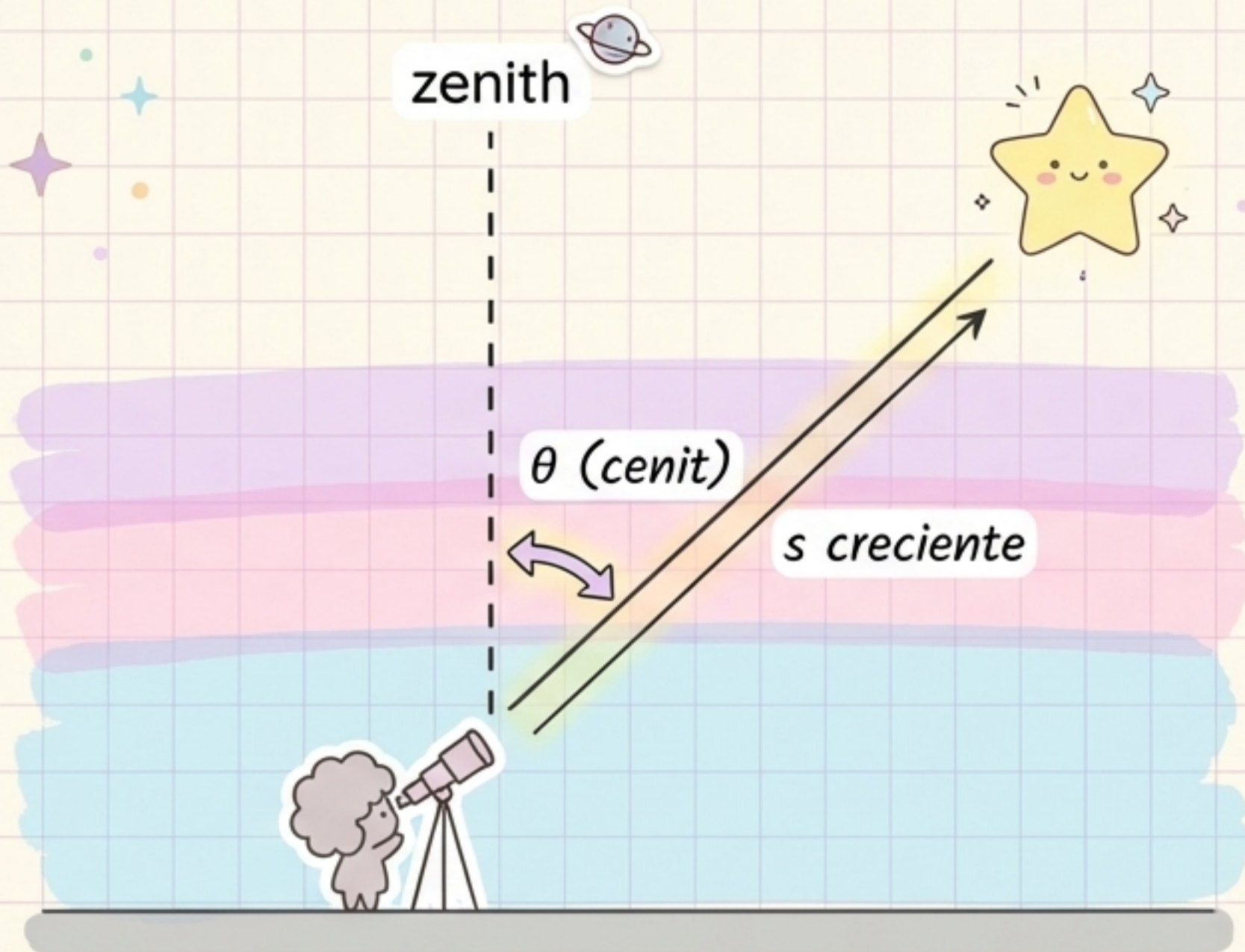


# Termodinámica de la Radiación y el Cuerpo Negro ✨

*Apuntes estelares: desde el cielo nocturno hasta la física estadística.*

*¡Vamos a descubrir los secretos de los fotones! (Nivel Universitario 🎓💖)*

# Mirando las Estrellas: Masa de Aire



**Ángulo cenital ( $\theta$  o  $z$ ):** Ángulo entre la vertical (cenit) y la estrella.

**Masa de aire ( $X$ ):**

$$X = \sec(\theta)$$

*¿Cuántas capas de atmósfera cruza nuestra luz?* 🌈

*Válido bajo la aproximación de una atmósfera plana y paralela ( $z \leq 60^\circ$ ).*

# Matriz Visual: Profundidad Óptica ( $\tau_v$ )

$$d\tau_v = \alpha_v ds \text{ (¡Mide cuánta absorción sufre la luz en su viaje!)}$$

$$\tau \ll 1$$

(Medio Ópticamente Delgado)



*¡Casi no hay bloqueos!  
Medio transparente.*

$$\tau \sim 1$$

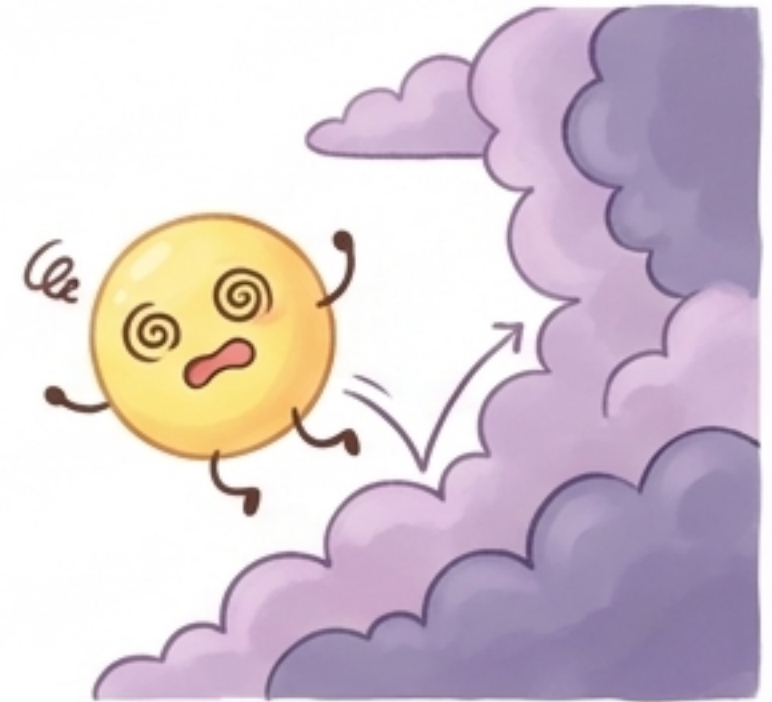
(Transición)



*¡La fotosfera vive aquí!*

$$\tau \gg 1$$

(Medio Ópticamente Grueso)



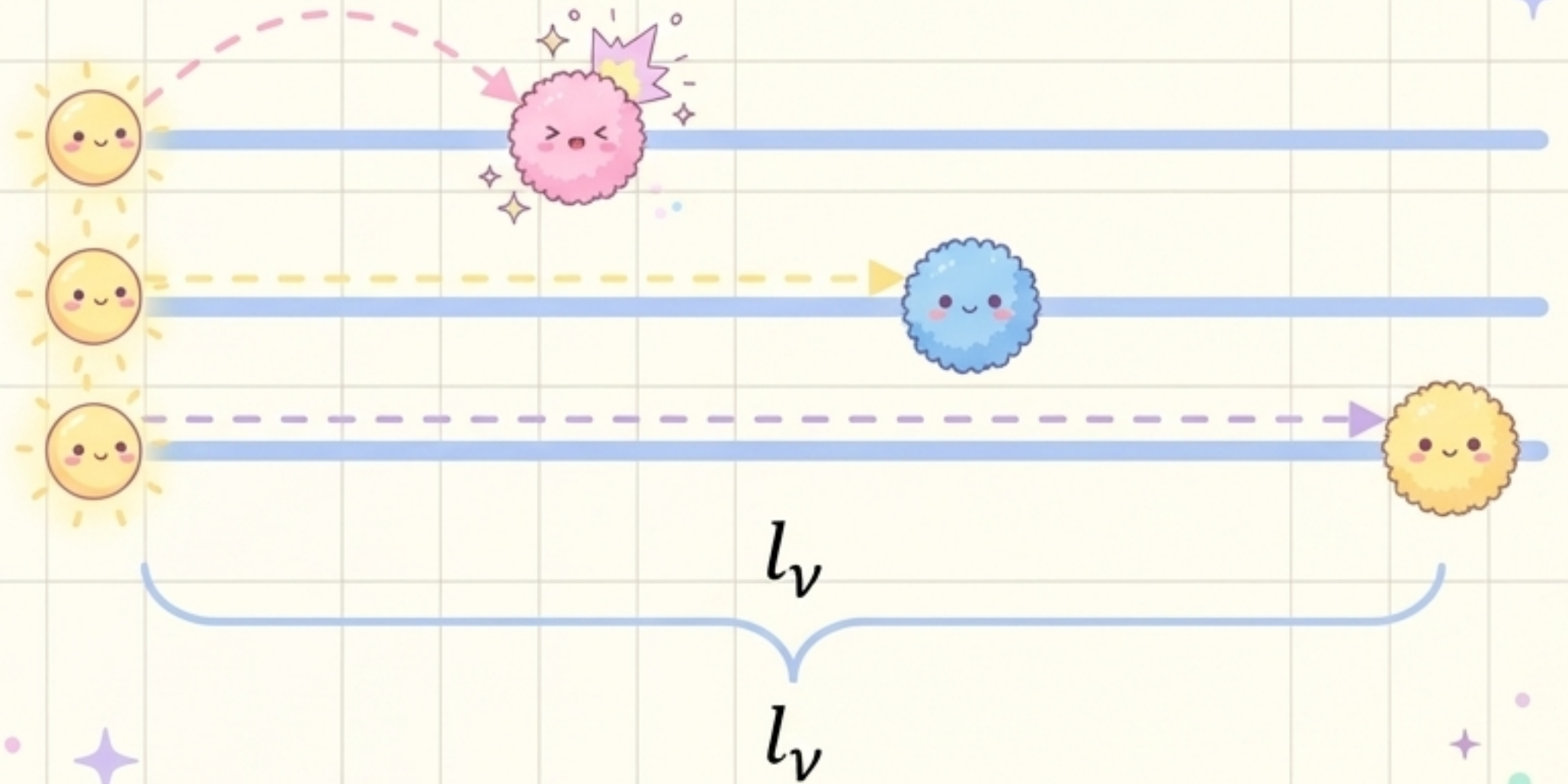
*¡Radiación atrapada!  
Medio opaco.*

Interpretación probabilística:  $P(\tau) \propto \exp(-\tau)$

# El Camino Libre Medio ( $l_v$ )

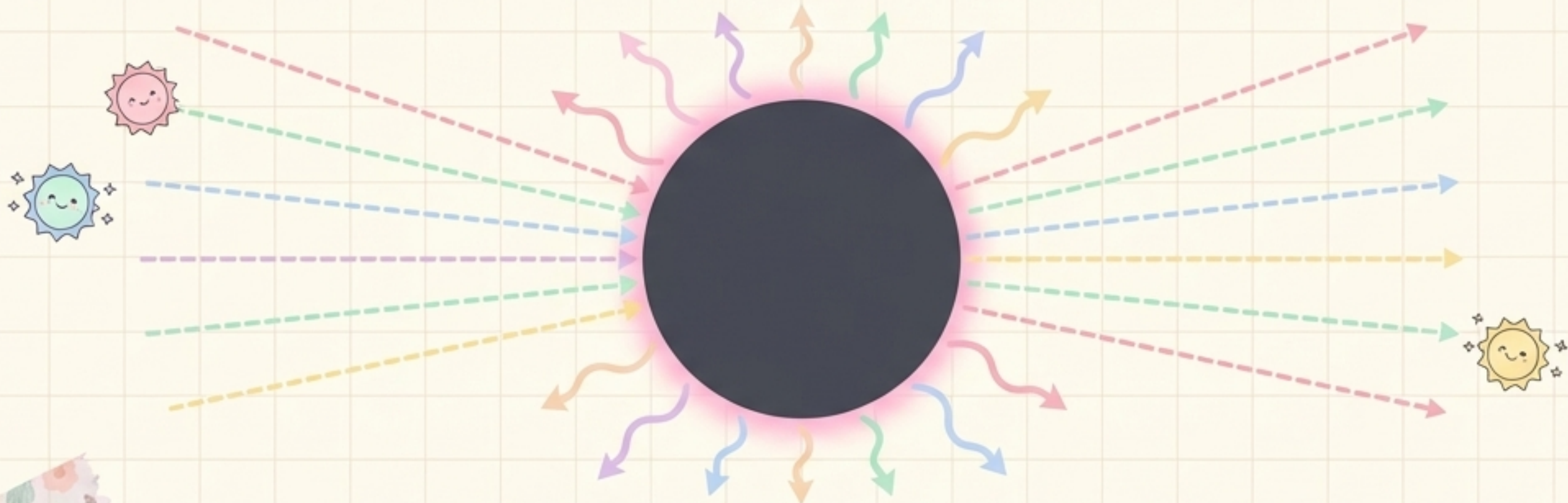
$$l_v = \frac{1}{\alpha_v} = \frac{1}{n\sigma_v}$$

¡Es el promedio de distancia que un fotón logra viajar antes de interactuar (chocar o ser absorbido)!



! Nota importante: No es una distancia fija, ¡es un valor esperado estadístico!

# El Cuerpo Negro Perfecto ♥ ✨



- **Radiación térmica:** Emitida por materia en equilibrio térmico.

- **Emisión Perfecta:** Emite radiación con la máxima eficiencia física posible.

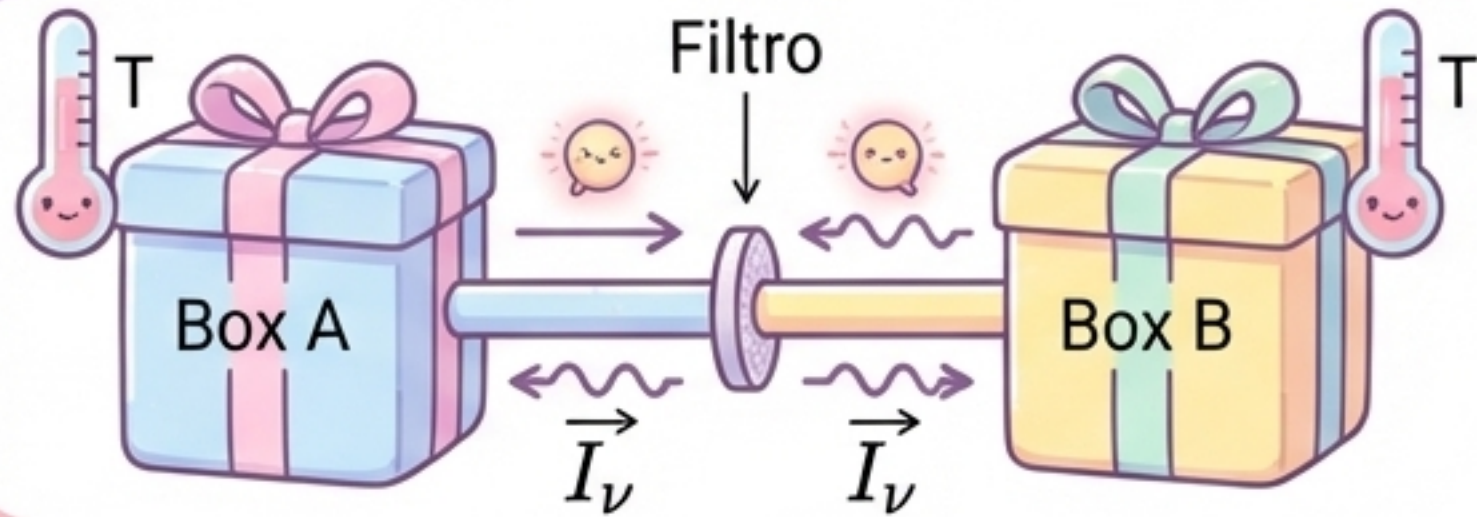
- **Absorción Total:** Absorbe TODA la radiación que recibe (¡nada escapa!).

- **Eficiencia Ideal:**  $e(\nu) = a(\nu) = 1$

En Equilibrio  
Termodinámico  
Local (LTE):  
 $j_\nu = \alpha_\nu B_\nu(T)$

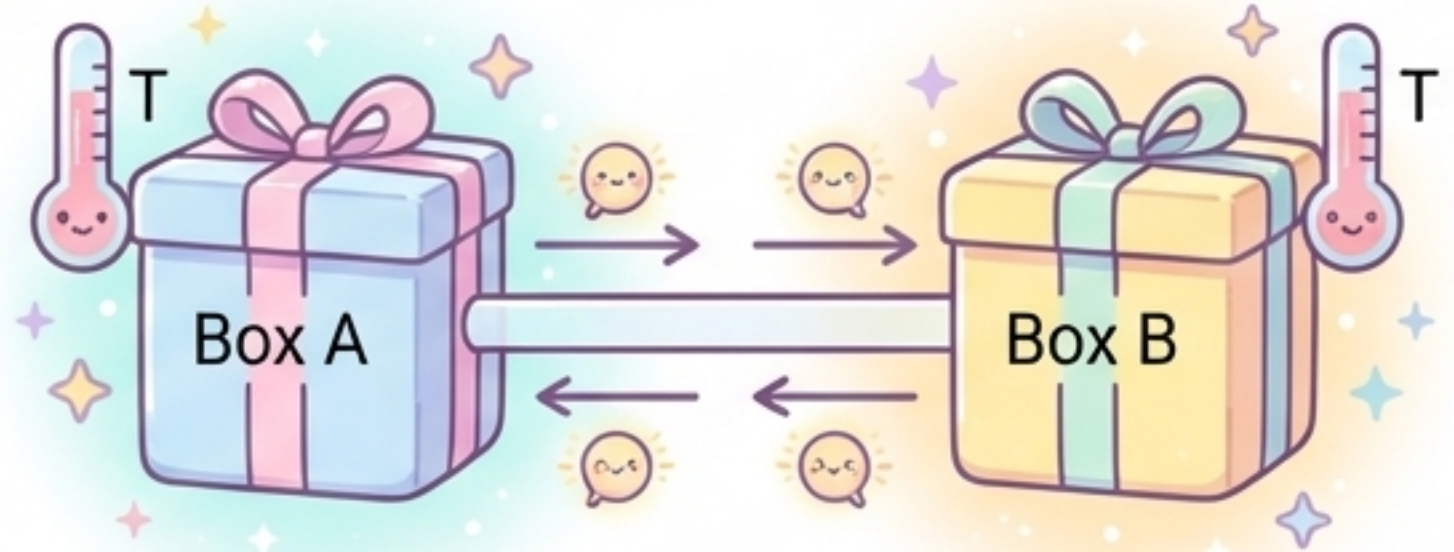
# El Experimento Mental (Cajitas Mágicas)

1



Dos cavidades, mismo T, separadas por filtro.

2



Sin filtro, equilibrio radiativo.

- 1. Dos cavidades de distinto material, a la misma temperatura T.
- 2. Si los campos de radiación fueran distintos, habría un flujo neto de energía.
- 3. ¡Esto violaría la 2da Ley de la Termodinámica!

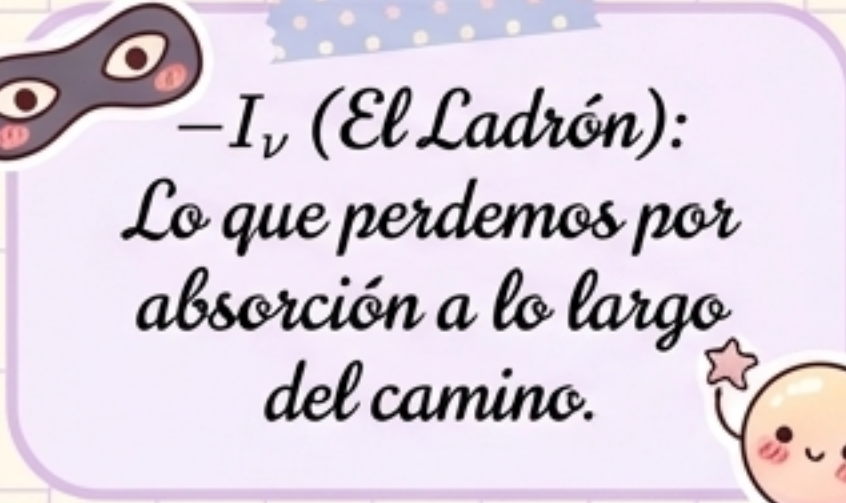
**Conclusión:** La intensidad de la radiación  $I_\nu$  dentro de la caja SOLO depende de T, sin importar el material. Para un **cuerpo negro ideal**:

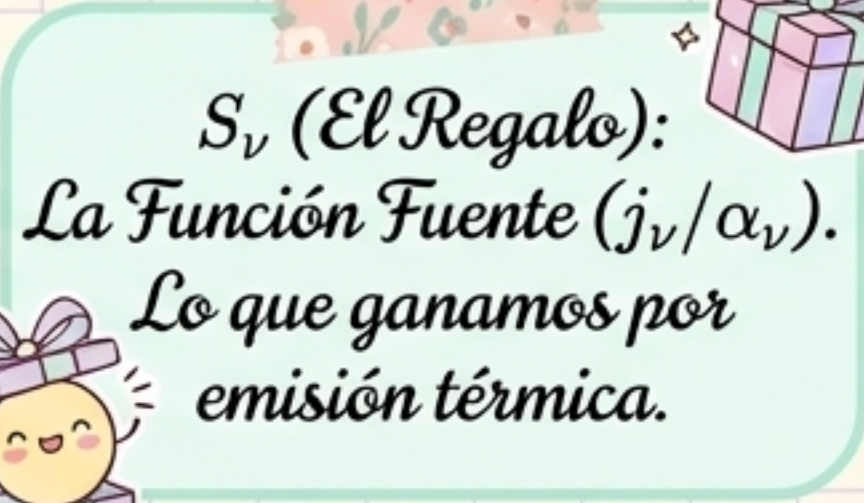
$$I_\nu = B_\nu(T) \quad \leftarrow \text{(Función de Planck).}$$

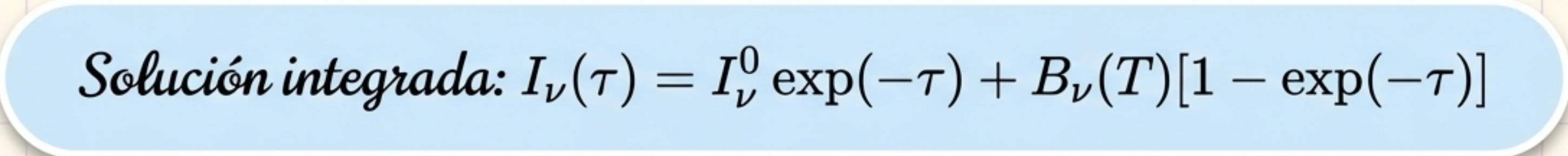
# Receta Mágica: Ecuación de Transferencia Radiativa

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = -I_\nu + S_\nu$$

¡En LTE ocurre la magia!  
La función fuente se iguala a la de Planck:  
 $S_\nu = B_\nu(T)$ .

  
- $I_\nu$  (El Ladrón):  
Lo que perdemos por absorción a lo largo del camino.

  
 $S_\nu$  (El Regalo):  
La Función Fuente ( $j_\nu/\alpha_\nu$ ).  
Lo que ganamos por emisión térmica.

  
Solución integrada:  $I_\nu(\tau) = I_\nu^0 \exp(-\tau) + B_\nu(T)[1 - \exp(-\tau)]$

# Casos Extremos: Evaluando la Solución

## Medio Delgado

Límite:  $\tau \ll 1$



Matemática:  $\exp(-\tau) \approx 1$

Resultado:  $I_\nu \approx I_\nu^0$



Física: Medio transparente.  
Vemos la luz original intacta.

## Medio Grueso

Límite:  $\tau \gg 1$



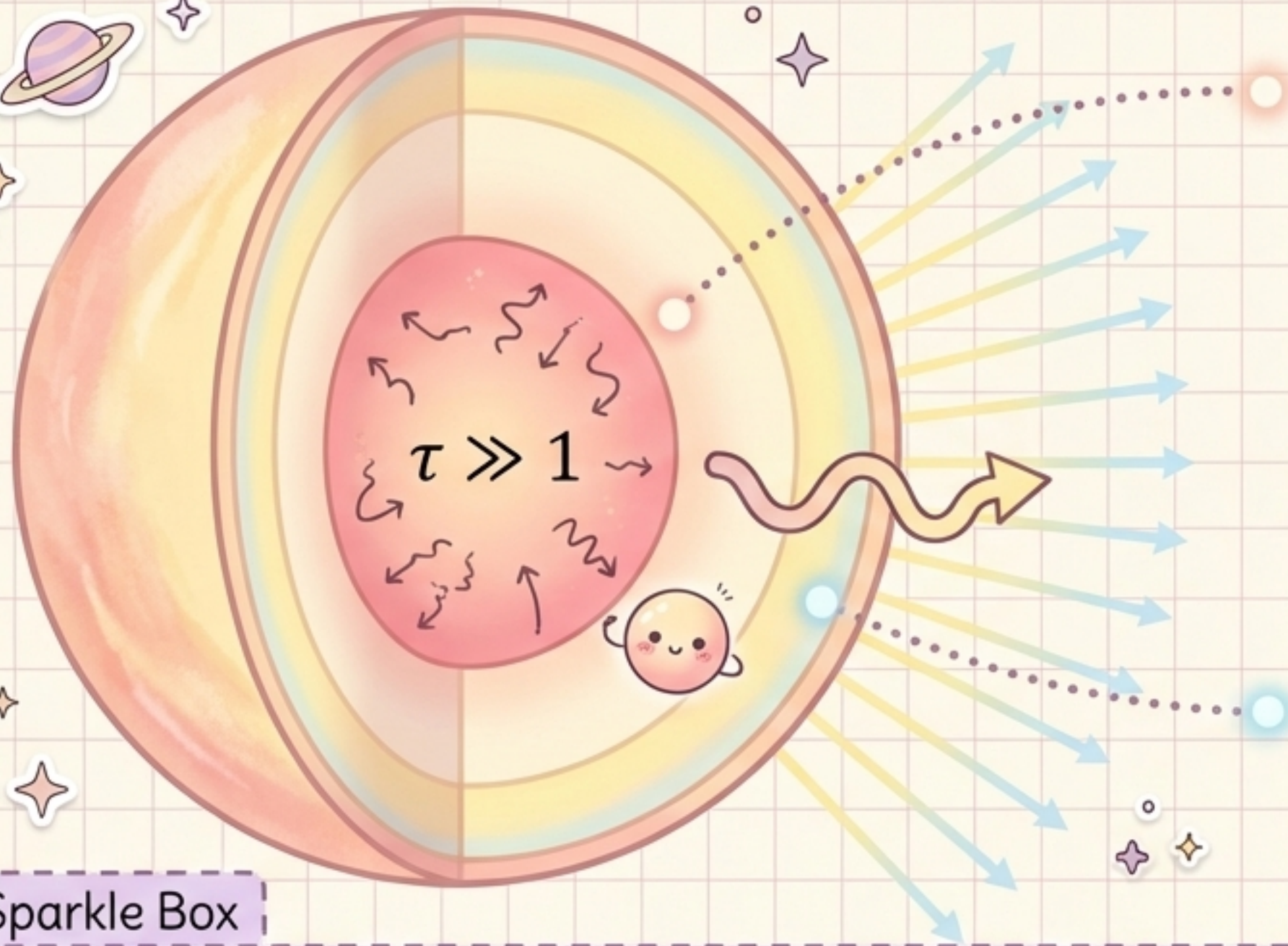
Matemática:  $\exp(-\tau) \approx 0$

Resultado:  $I_\nu \approx B_\nu(T)$



Física: La luz "olvida" su origen.  
¡El medio se comporta como un  
Cuerpo Negro térmico!

# Anatomía de una Estrella ✨



**El Interior Profundo ( $\tau \gg 1$ ):**  
Gas densísimo. Radiación atrapada rebotando infinitamente. ¡Se comporta como un **Cuerpo Negro!**

**La Fotosfera ( $\tau \sim 1$ ):**  
La neblina se despeja. Los fotones escapan hacia nosotros en línea recta.

Sparkle Box

**Observación:** Por eso vemos el Sol con un espectro térmico (*cuerpo negro*), pero con pequeñas "mordidas" (líneas de absorción) creadas por el gas superficial.

# El "Gas" de Fotones



Energía Total:  
 $U = uV$   
( $u$  = densidad de energía)

Presión Radiativa:  
 $P = u/3$

Repaso Termodinámico:

Primera Ley:  $dQ = dU + P dV$

Segunda Ley:  $dS = \frac{dQ}{T}$

# Preparando la Poción Matemática

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{P}{T} dV$$

Leyes de Termodinámica



$$U = uV$$
$$P = \frac{u}{3}$$

Ingredientes del Gas de Fotones

**Sustitución:**  $dS = \frac{1}{T} d(uV) + \left(\frac{u/3}{T}\right) dV$

**Desarrollo:**  $dS = \frac{1}{T} (V du + u dV) + \frac{u}{3T} dV$

**Agrupando:**  $dS = \frac{V}{T} du + \frac{u}{T} dV + \frac{u}{3T} dV$

**Resultado Final:**

$$dS = \frac{V}{T} du + \frac{4u}{3T} dV$$

¡Ya casi! Hemos puesto la entropía  $S$  en términos de  $u$ ,  $V$  y  $T$ .



# El Truco de las Derivadas Cruzadas ✨

Forma diferencial exacta:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

Componente  $dT$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{V}{T} \left(\frac{du}{dT}\right)$$

Componente  $dV$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{4u}{3T}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$$

¡El secreto!

Simplificando el choque de derivadas obtenemos:

$$\frac{du}{dT} = \frac{4u}{T}$$

¡Magia matemática!

# La Gran Solución: Resolviendo el Enigma

Reordenamos:  $\frac{du}{u} = 4 \left( \frac{dT}{T} \right)$

Integrando ambos lados:  $\int \frac{du}{u} = \int 4 \frac{dT}{T}$

$$\ln(u) = 4 \ln(T) + C$$

Exponenciando ambos lados...

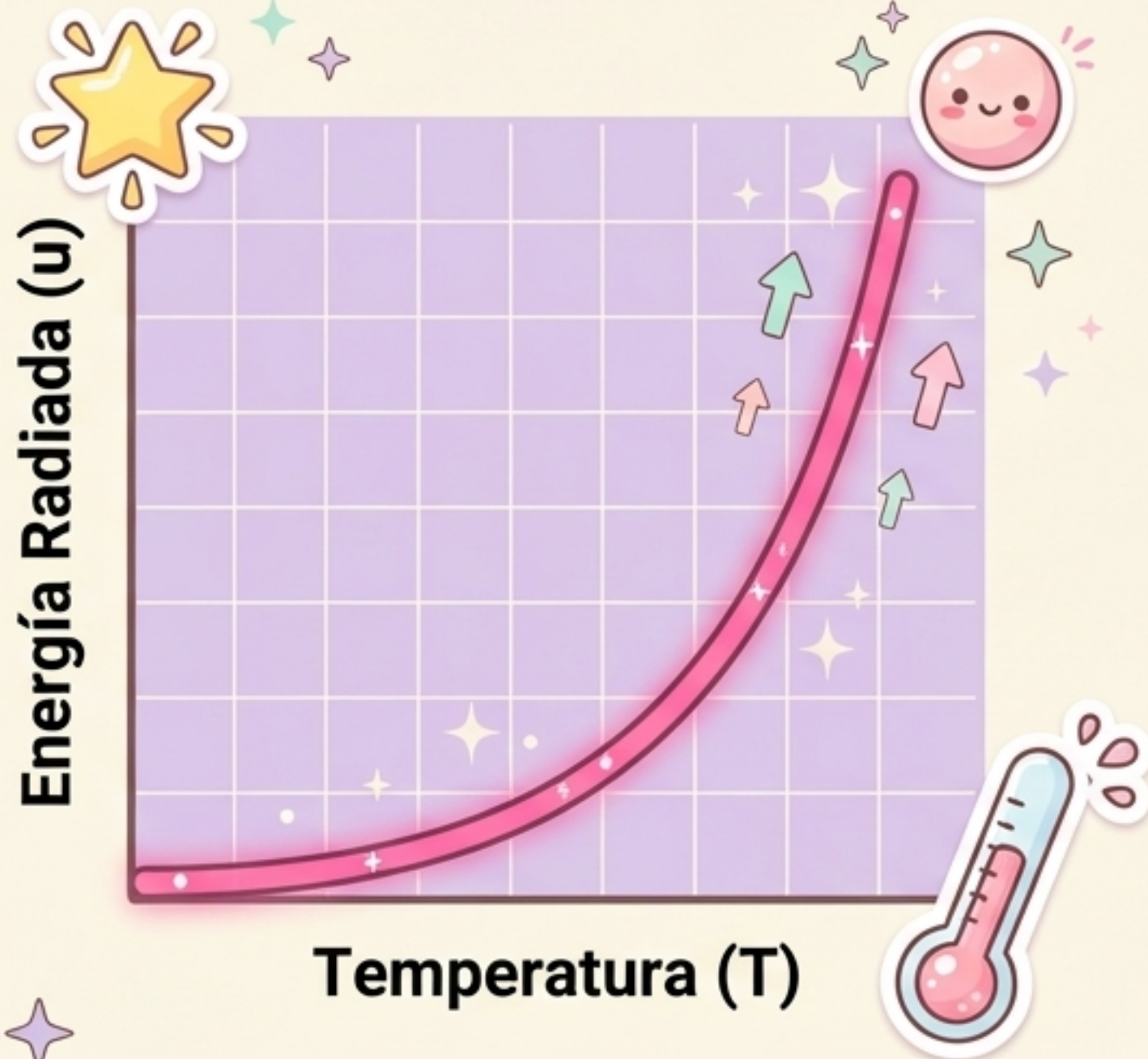
$$u(T) = a T^4$$



iTA-DA! 🎉



# Ley de Stefan-Boltzmann: El Significado Físico



La densidad de energía de radiación:

$$u \propto T^4$$

*¿Qué significa esto en la vida real?*

- La **energía** del gas de fotones depende **ESTRUCTURALMENTE** de la **cuarta potencia** de su temperatura.
- ¡Un cambio pequeño en la temperatura de una estrella genera un salto **GIGANTESCO** en la cantidad de luz que irradia!

\* Constante física universal:  $a = 4\sigma / c$

# El Mapa del Fotón (Síntesis)

## Interacción:

Profundidad Óptica ( $\tau$ ) dicta si la luz escapa o queda atrapada en el medio.

## Equilibrio Térmico: Ley de Kirchhoff

nos dice que si la luz queda totalmente atrapada ( $\tau \gg 1$ ), el sistema se vuelve un hermoso Cuerpo Negro perfecto.

## Termodinámica:

Tratar la luz atrapada como un gas de fotones demuestra que su energía escala a pasos agigantados:  $u \propto T^4$ .

*¡La astrofísica más rigurosa también puede ser adorable!*