



¡Hola! Vamos a estudiar juntos. Toma tu café y tus destacadores pastel 🍰💖

Física Radiativa ✨: Densidad, Flujo y Presión


Apuntes Universitarios Detallados para Transporte Radiativo




Nuestro Mapa de Estudio




1. **Densidad de Flujo (F_ν):**
El arcoíris de frecuencias.

2. **Intensidad Específica (I_ν):**
¡La reina de la radiación! 

3. **Densidad de Energía (u_ν):**
Fotones en un cilindro.

5. **El Gran Secreto: Los Momentos Matemáticos** 

4. **Presión Radiativa (P_ν):**
La luz que empuja.

¡Sigue la ruta! 



Densidad de Flujo Monocromático (F_ν) 🌈

- ✦ La luz no siempre es de un solo color (monocromática).
- ✦ El flujo total F es la suma de todas las piecitas (frecuencias) que componen el espectro.

$$dF(\nu) = F_\nu d\nu$$

Unidades vitales para el examen 📝:

$$[F_\nu] = \text{erg s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{Hz}^{-1}$$



¡Visualiza el espectro!



¡Cuidado con las Variables! ⚠️🎀 (Frecuencia vs Longitud de Onda)

La energía total no cambia según cómo decidas medirla. Así que:

$$|F_\nu d\nu| = |F_\lambda d\lambda|$$

$$F_\lambda = F_\nu \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right|$$

Despejamos F_λ ...

Recordemos que $v = c/\lambda$,
por lo que la derivada es
 $-c/\lambda^2$ (tomamos el valor
absoluto ✨)

$$F_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} F_\nu$$



Intensidad Específica de la Radiación (I_ν) ☀️

Un rayo individual casi no transporta energía. ¡Necesitamos un grupo de fotones!

dE_ν : Energía total (erg)

dt : Intervalo de tiempo (s)

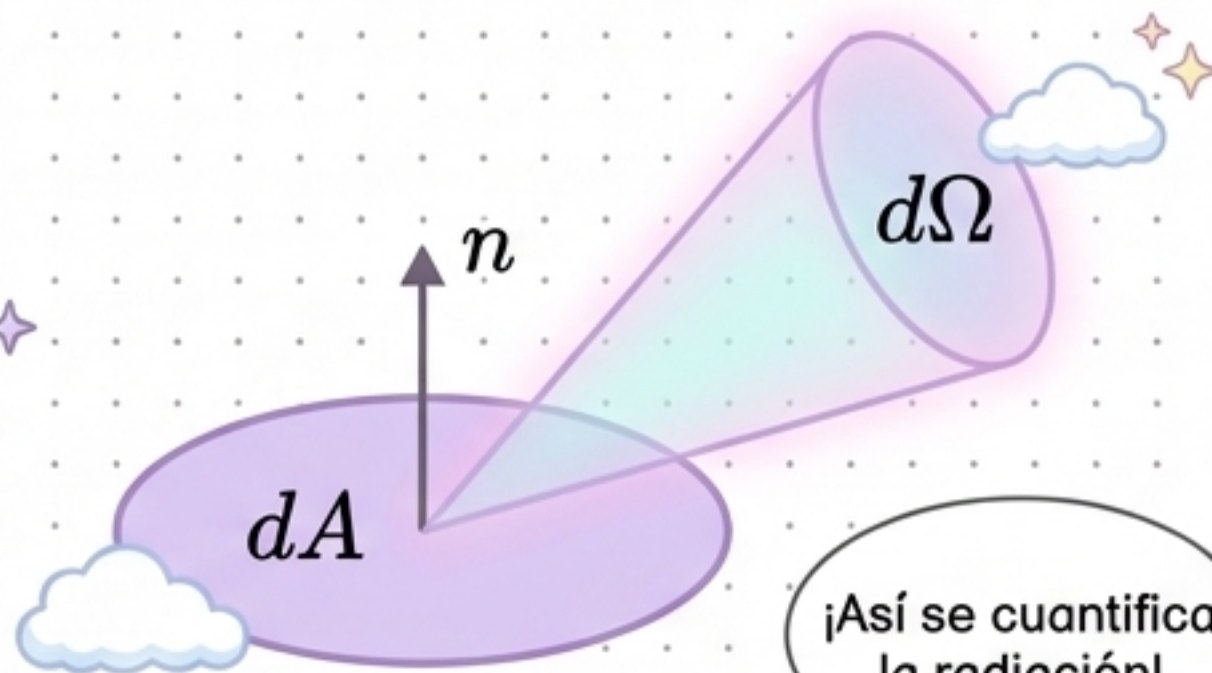
$d\nu$: Rango de frecuencias (Hz)

$d\Omega$: Angulito sólido (sr)

$$dE_\nu = I_\nu dA dt d\nu d\Omega$$

I_ν : Brillo monocromático
(¡Nuestra protagonista!)

dA : Área normal a
la superficie (cm^2)



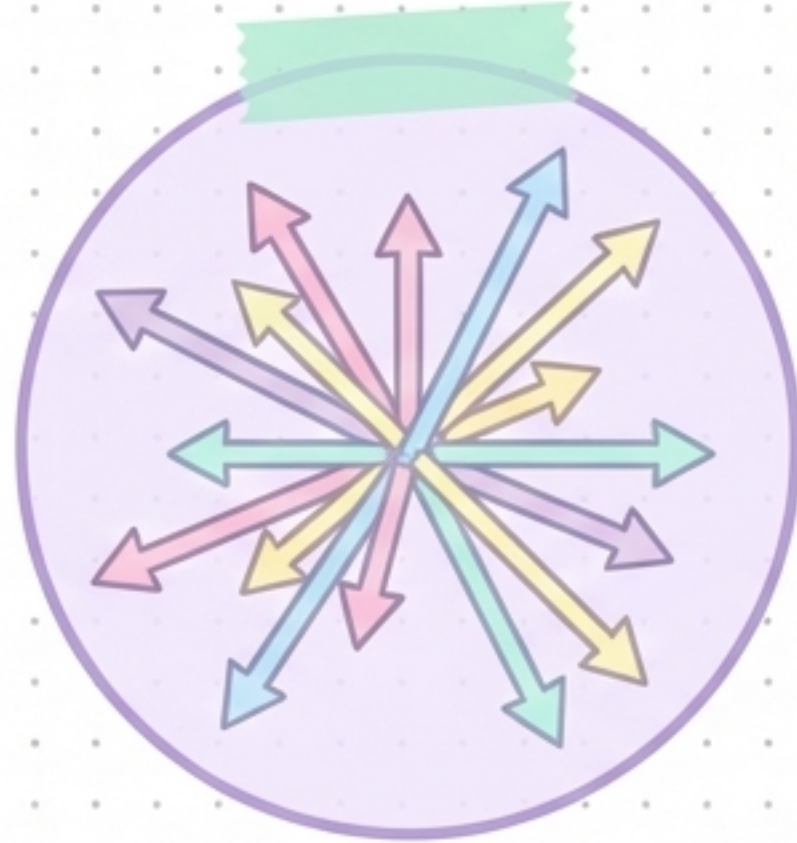
¡Así se cuantifica
la radiación!



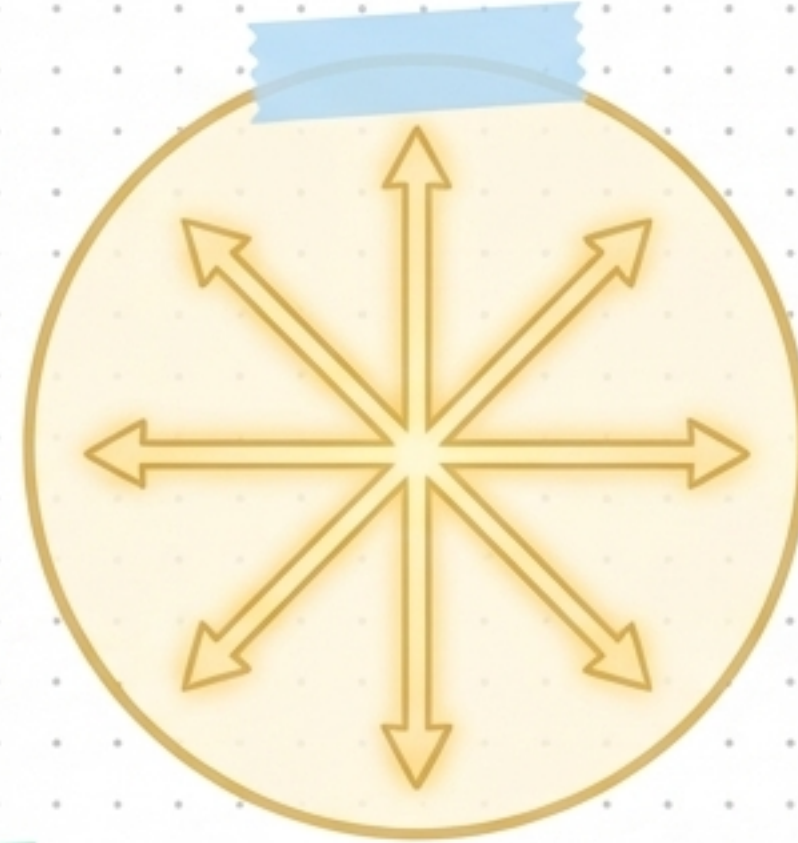
☁ Intensidad Específica Media (J_ν) ☁

¿Qué pasa si **promediamos** el brillo en **todas las direcciones** (sobre todo el ángulo sólido)?

✨ **Anisotrópico**



Isotrópico ✨



$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega$$

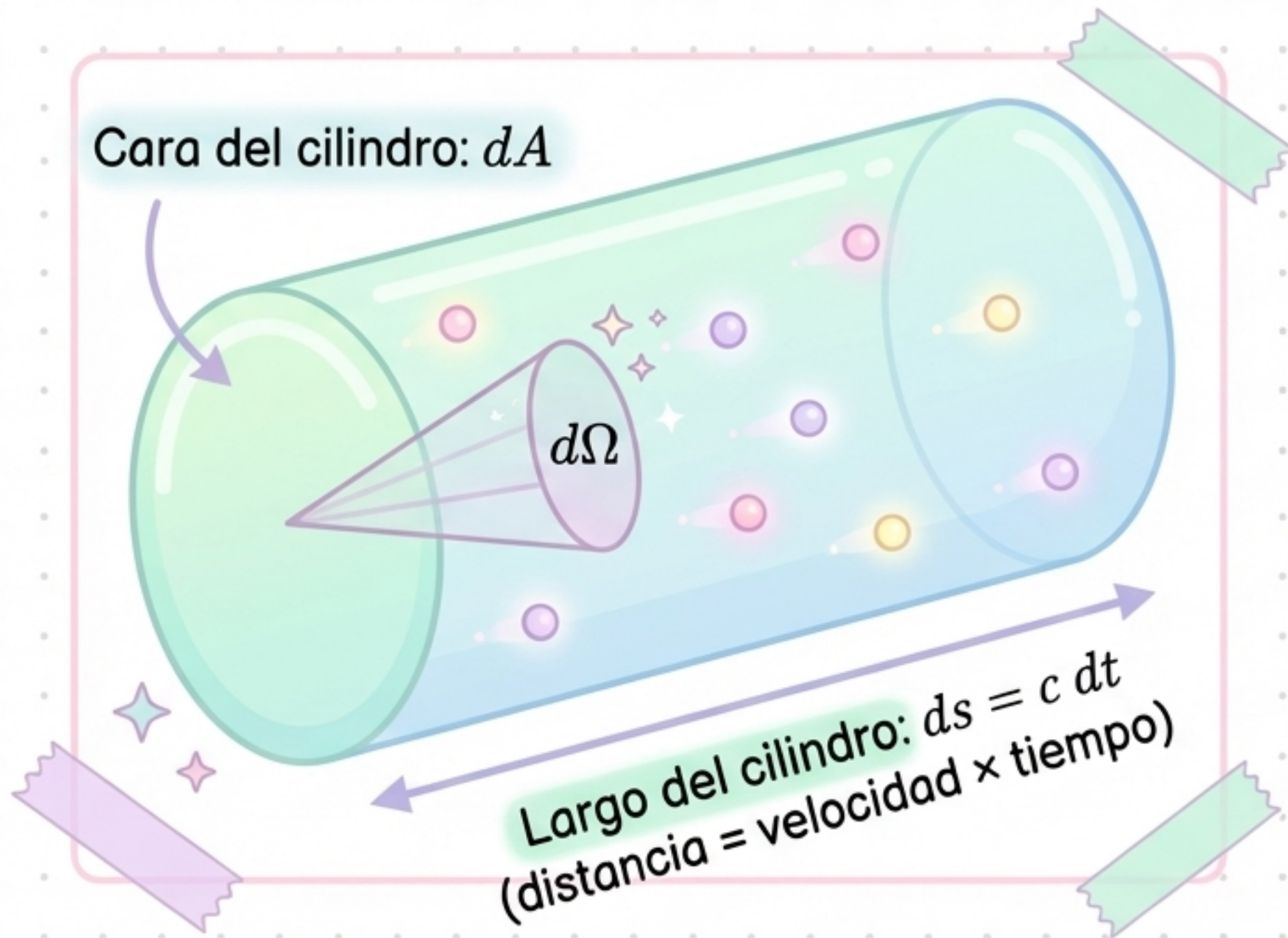
¡Magia Matemática! ✨ Si el campo es isotrópico (igual por todos lados), entonces $J_\nu = I_\nu$. ¡La integral desaparece!



Densidad de Energía Radiativa (u_ν) – El Cilindro



Queremos saber cuánta energía (dE_ν) hay atrapada en un volumen (dV) en un momento dado.



Paso 1: Definimos el volumen

$$dV = dA \cdot ds = dA \cdot c dt$$

Paso 2: La energía dentro del volumen que viaja en el ángulo $d\Omega$ es:

$$dE_\nu = u_\nu(\Omega) dV d\Omega d\nu$$

¡Imagina un tubo de luz! ✨



¡Resolviendo la Densidad de Energía! 🎀

$$u_\nu(\Omega) dA c dt d\Omega d\nu = I_\nu dA dt d\nu d\Omega$$

Cancelando términos, la energía por dirección es simplemente:

$$\Rightarrow u_\nu(\Omega) = \frac{I_\nu}{c}$$

Densidad de energía total (integral sobre el ángulo sólido):

$$u_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} J_\nu$$

Definición de J_ν

Para un campo isotrópico total:

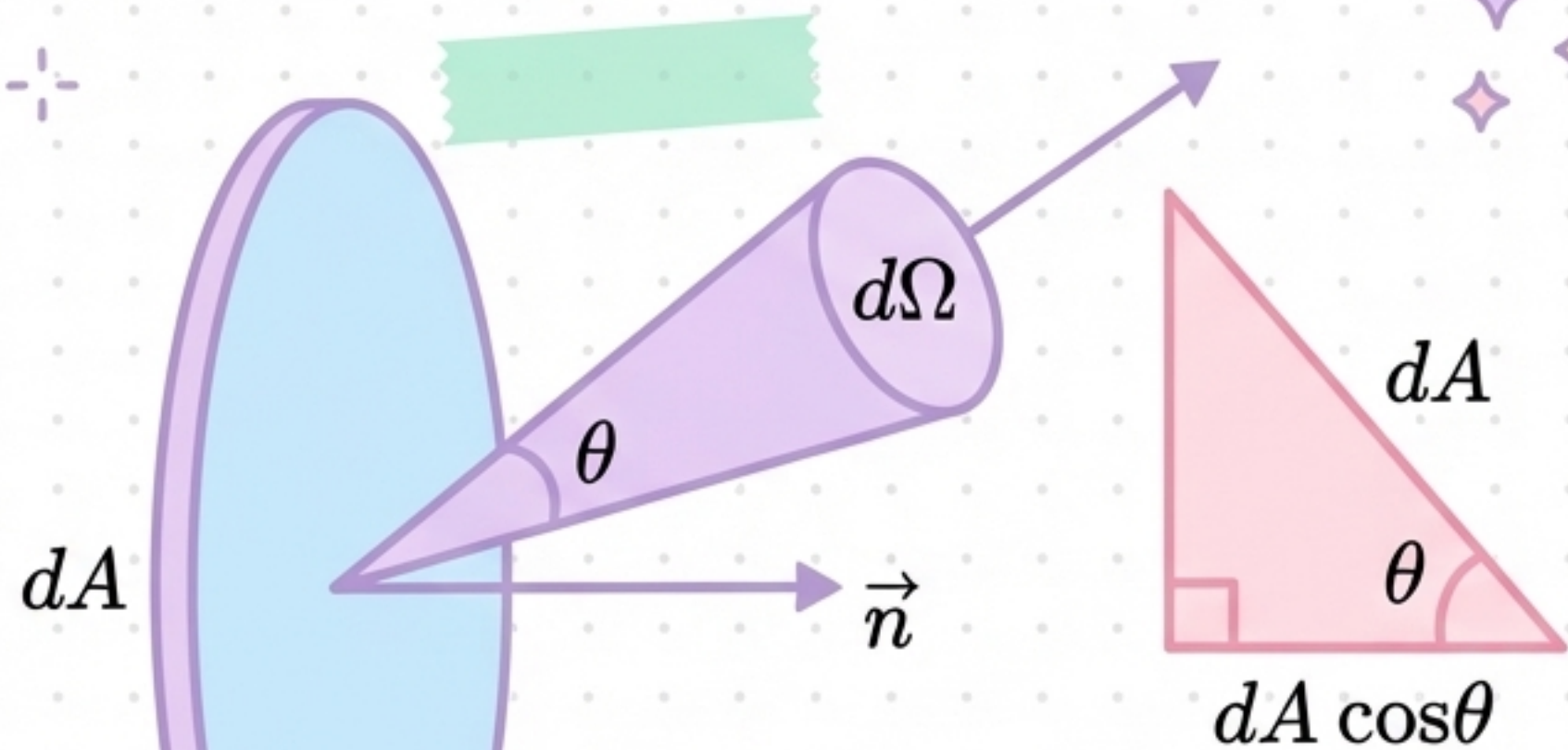
$$u = \frac{4\pi}{c} I$$



Flujo Radiativo: ¿Qué pasa si la luz nos pega de ladito?

Si la superficie dA no está de frente a la luz, tenemos que usar su área proyectada.

Área efectiva = $dA \cos\theta$



Energía recibida:

$$dE_\nu = I_\nu (dA \cos\theta) d\nu dt d\Omega$$

Definición de flujo:

$$dE_\nu = dF_\nu dA d\nu dt$$

$$dF_\nu(\theta) = I_\nu \cos\theta d\Omega$$

¡Recuerda el coseno!



Flujo Total y el Truco Isotrópico ✨

Step 1: $F_\nu = \int_{4\pi} I_\nu \cos\theta d\Omega$

→ Si I_ν es isotrópico (constante), sale de la integral:

Step 2: $F_\nu = I_\nu \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi$

→ Integramos $\phi \rightarrow 2\pi$ y usamos $(1/2)\sin(2\theta)$

Step 3: $F_\nu = \pi I_\nu \left[-\frac{1}{2} \cos(2\theta) \right]_0^\pi = 0$

Conclusión hermosa: ¡Un campo radiativo isotrópico NO transporta energía neta! Todo el empuje se cancela 🌸

Flujo de Momentum: ¡La Luz También Empuja! 🚀

Un campo radiativo no solo transporta energía, también lleva momentum.



- Momentum de un fotón: $p_\nu = \frac{E_\nu}{c}$
- Vector diferencial: $dp_\nu = \frac{dE_\nu}{c} \hat{s}$

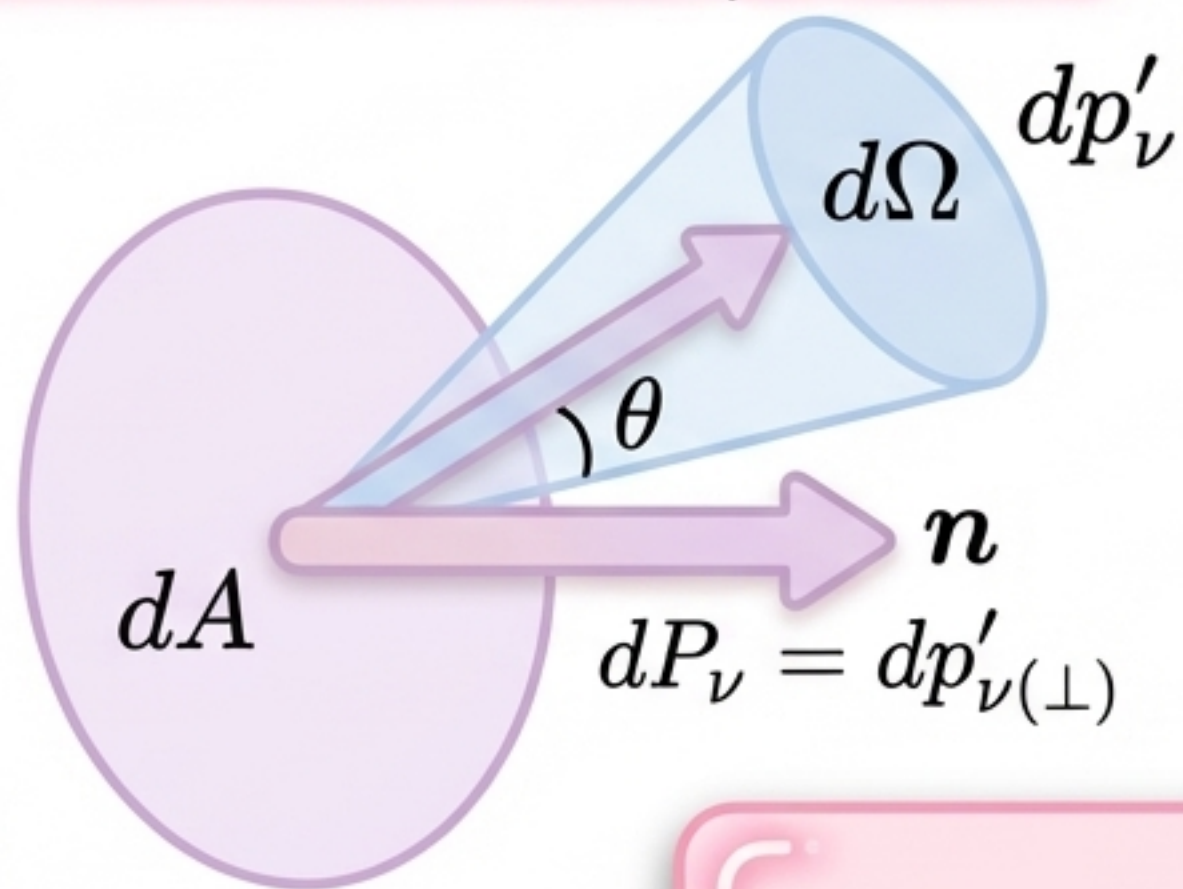
Sustituyendo dE_ν , identificamos el flujo de momentum en la dirección \hat{s} :

$$dp'_\nu = \frac{I_\nu}{c} \cos \theta d\Omega \hat{s}$$



Presión de Radiación (P_ν): El Doble Coseno

Solo nos importa la componente del flujo de momentum que es **PERPENDICULAR** a la superficie dA .



- ✓ Ya teníamos un $\cos\theta$ por la proyección del área.
- ✓ Ahora multiplicamos por otro $\cos\theta$ para sacar la componente perpendicular del momentum:

$$dP_\nu = |dp'_\nu| \cos\theta$$

$$P_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu \cos^2\theta d\Omega$$

Formula Box



SÍNTESIS MAGISTRAL: El Secreto de los Momentos 🏆💖

¡Todas estas propiedades son en realidad la misma ecuación matemática escondida!

$$\text{Momento de orden } n: M_\nu^n = \int_{4\pi} I_\nu \cos^n \theta d\Omega$$

Orden (n)	Término	Cantidad Física	Proporcional a
$n=0$	$\cos^0 \theta = 1$	Intensidad Media (J_ν)	M^0
$n=1$	$\cos^1 \theta = \cos \theta$	Flujo Radiativo (F_ν)	M^1
$n=2$	$\cos^2 \theta$	Presión de Radiación (P_ν)	M^2

La arquitectura perfecta del universo radiativo ✨



Cheat Sheet Definitivo ✍️ ✨ (¡Tómale Screenshot!)

Intensidad Específica (I_ν)

- Brillo Base -

$$dE_\nu = I_\nu dA dt d\nu d\Omega$$

Intensidad Media (J_ν)

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega$$

Densidad de Energía (u_ν)

$$u_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} J_\nu$$

Flujo Radiativo (F_ν)

$$F_\nu = \int_{4\pi} I_\nu \cos\theta d\Omega$$

Presión de Radiación (P_ν)

$$P_\nu = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I_\nu \cos^2\theta d\Omega$$

¡Mucho éxito en tu estudio!
Tú puedes con toda la
astrofísica del mundo. 🌸 🪐

