



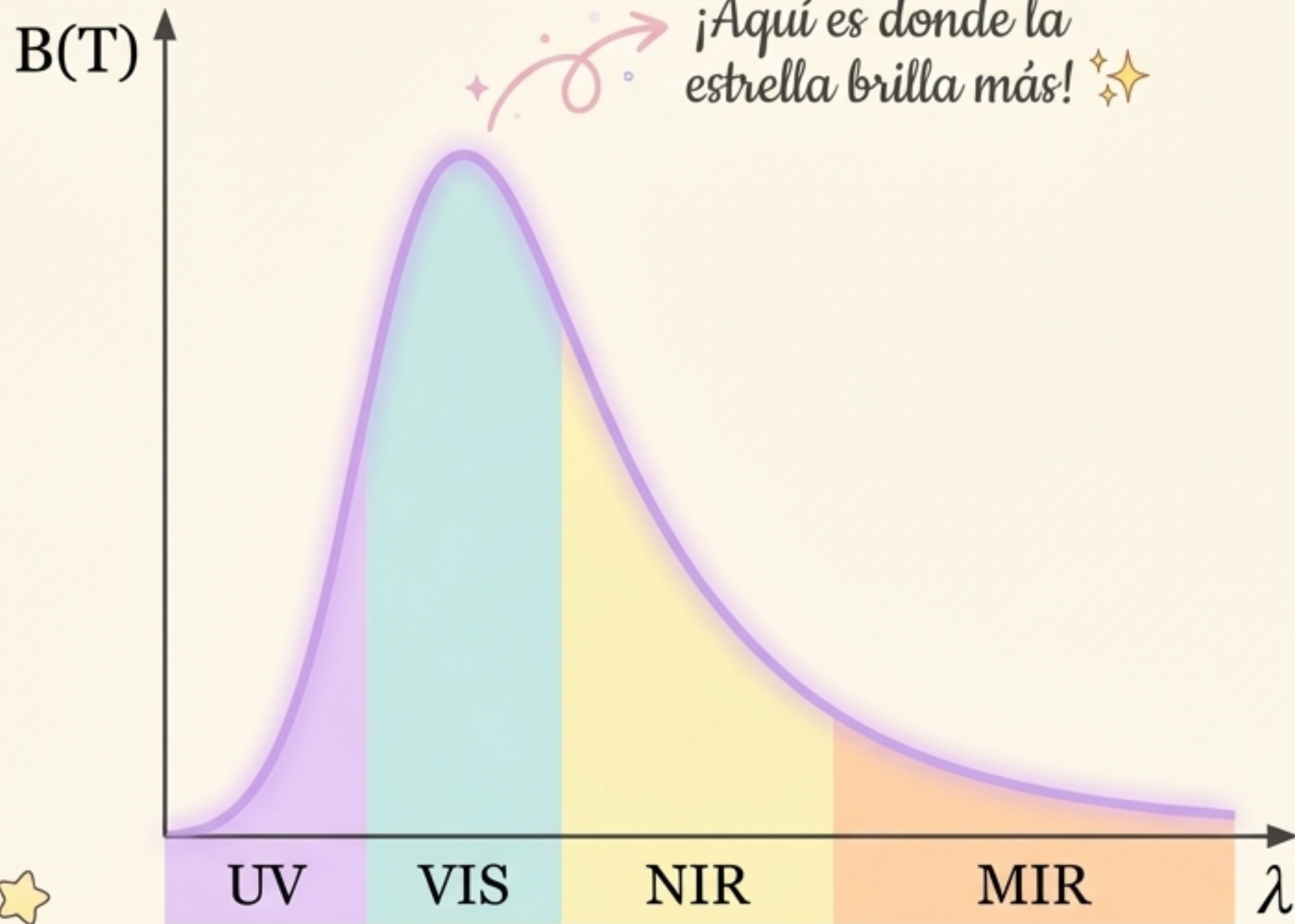
La Temperatura de los Planetas

Astrofísica y Termodinámica
del Equilibrio Planetario

(Una guía paso a paso)



El Origen: Radiación de Cuerpo Negro



Concepto:

Toda estrella emite energía. La densidad de energía isotrópica es

$$u(T) = aT^4.$$

El Espectro:

La función de Planck

$$B(T) = \frac{ac}{4\pi} T^4$$

nos muestra cómo se distribuye esta energía en diferentes longitudes de onda (λ).

La Ley de Stefan-Boltzmann

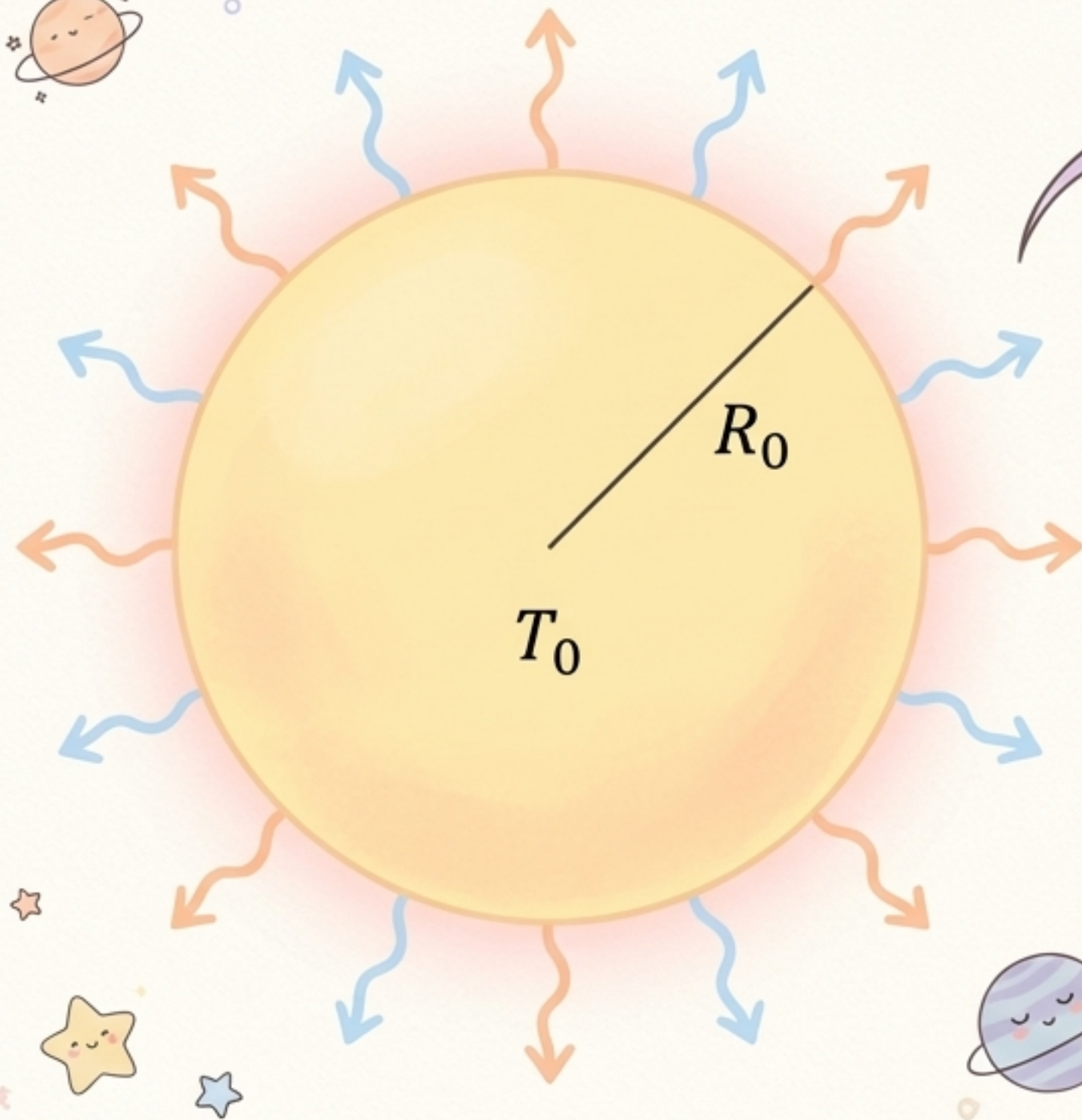
$$F = \sigma T^4$$

1
Flujo emergente
de una fuente
isotrópica.

3
Temperatura de
la superficie.

2
Constante de Stefan-Boltzmann
 $\sigma = \frac{ac}{4} = 5.67051 \times 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ K}^{-4} \text{ s}^{-1}$
(Con $a = 7.5646 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ K}^{-4}$)

La Luminosidad de la Estrella (L_0)



¿Cuánta energía total emite la estrella por segundo en todas direcciones?

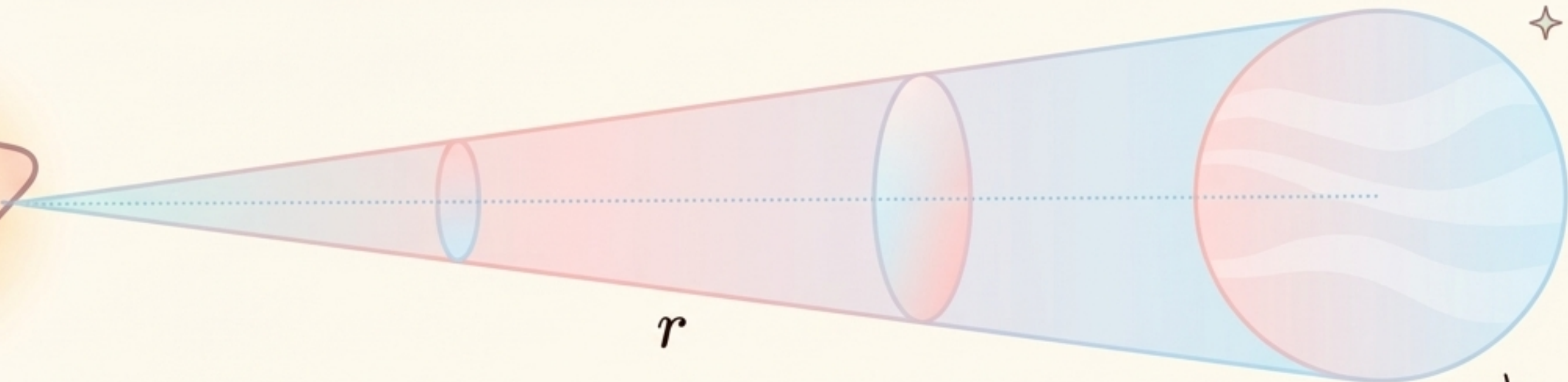
Paso 1:
Tomamos el Flujo superficial ($F_{\text{sup}} = \sigma T_0^4$).

Paso 2:
Lo multiplicamos por el área superficial total de la estrella (una esfera).

Fórmula Final:

$$L_0 = 4\pi R_0^2 \cdot \sigma T_0^4 = 4\pi R_0^2 \cdot \text{Área de la esfera} \cdot \sigma T_0^4$$

El Viaje por el Espacio (Ley de la Inversa del Cuadrado)



A medida que la luz viaja una distancia r , la misma energía original (L_0) se esparce y se diluye en una esfera mucho más grande ($4\pi r^2$).

Flujo a distancia r :

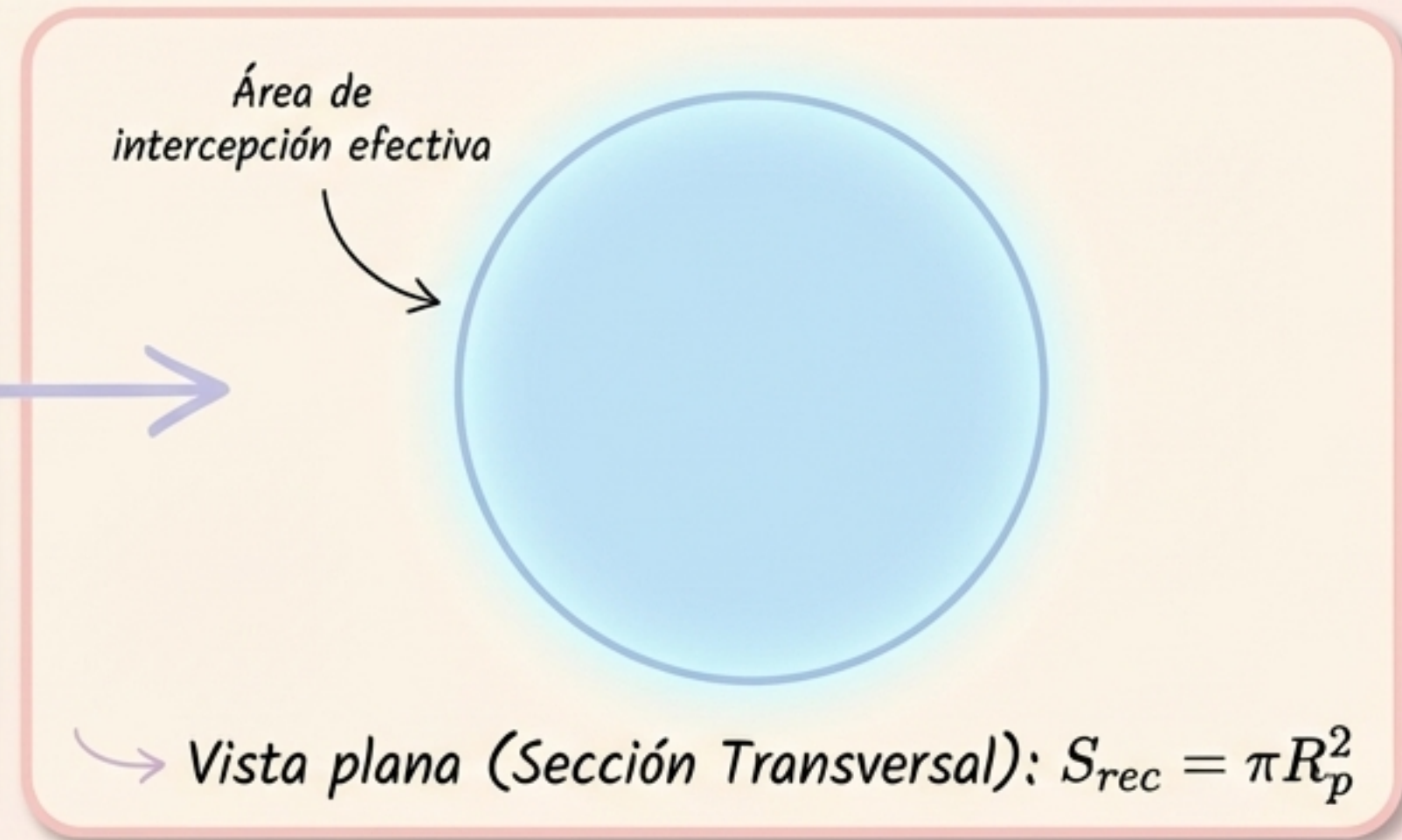
$$F_{\text{rec}} = \frac{L_0}{4\pi r^2}$$

Sustituyendo L_0 , obtenemos el Flujo Recibido:

$$F_{\text{rec}} = \sigma T_0^4 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2$$

El Planeta Intercepta la Energía (L_{in})

El secreto geométrico: Aunque el planeta es una esfera 3D, intercepta la luz estelar exactamente como si fuera un disco plano (área transversal).



Energía entrante preliminar:

$$L_{in} = F_{rec} \cdot S_{rec} = \sigma T_0^4 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \cdot \pi R_p^2$$

(Flujo Recibido, ver slide anterior) (Área Transversal, disco plano)



Conociendo el Albedo (A)

- No toda la luz estelar es absorbida; una fracción rebota inmediatamente al espacio. A esto le llamamos Albedo (A).
- La fracción de energía que SÍ se absorbe es (1-A).



Fórmula Real de Entrada:

$$L_{in} = \sigma T_0^4 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \cdot \pi R_p^2 \cdot (1 - A)$$

The term $(1 - A)$ in the equation is circled in red, with a red arrow pointing to it from the right.

El Planeta Irradia Calor (L_{out})

El planeta se calienta y emite su propia radiación térmica. A diferencia de la luz que recibe (un disco plano πR_p^2), el planeta emite calor por TODA su superficie esférica 3D.

Área de emisión:
Superficie total = $4\pi R_p^2$



Fórmula de Salida:

$$L_{out} = F_{sup} \cdot S_p = \sigma T_p^4 \cdot 4\pi R_p^2$$

T_p es la temperatura del planeta que queremos descubrir 🔍

El Equilibrio Termodinámico

Ley de Conservación: Para que la temperatura sea estable, la **energía entrante** debe ser **exactamente igual** a la **energía saliente**.

$$\dot{E}_{in} = \dot{E}_{out} \Rightarrow L_{in} = L_{out}$$



Se cancelan

Variables iguales

$$\cancel{\sigma T_0^4} \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \cancel{\pi R_p^2} (1 - A) = \cancel{\sigma T_p^4} (\cancel{4\pi R_p^2})$$

La Ecuación Maestra de Temperatura (T_p)

Despejando T_p , llegamos a nuestra fórmula dorada para la temperatura de equilibrio planetario:

$$T_p = (1 - A)^{1/4} \cdot \left(\frac{R_0}{2r}\right)^{1/2} \cdot T_0$$

¡Magia matemática! La temperatura de equilibrio **NO** depende del tamaño del planeta (R_p), solo de su distancia a la estrella (r) y de las propiedades de dicha estrella (R_0, T_0).

Caso de Estudio: Nuestro Planeta (⊕)

Caso 1: Sin Albedo (A=0)



Fórmula da: $T_{\oplus} = 278 \text{ K}$

En Celsius: $\approx 5^{\circ}\text{C}$

Resultado: Frío, pero el agua fluye.

Agua líquida posible!

¡Gran diferencia!

Caso 2: Albedo Terrestre (A=0.3)



Fórmula da: $T_{\oplus} = 254 \text{ K}$

En Celsius: $\approx -19^{\circ}\text{C}$

Resultado: ¡Una bola de hielo totalmente congelada!

Efecto bola de nieve!

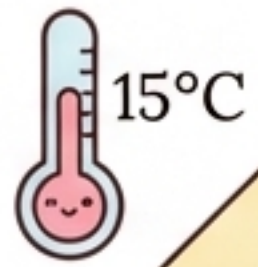
El Misterio de los -19°C y la Atmósfera

Si la matemática exige -19°C , ¿por qué no estamos congelados?
Porque el modelo simple ignora la atmósfera. $T_{\oplus} \neq 254\text{ K}$.

Efecto Invernadero



La atmósfera atrapa la radiación infrarroja, elevando la temperatura media a unos confortables 15°C .



Redistribución η



La energía se redistribuye por un factor η (cara de día a cara de noche).

$$L_{out} = \eta(\sigma T_p^4 \cdot 4\pi R_p^2) + \dots$$

factor de redistribución

Resumen del Modelo (Cheat Sheet)



Estrella (T_0, R_0) emite
Luminosidad L_0 .

Paso clave!



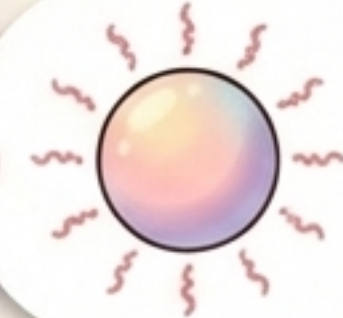
Flujo viaja distancia r y se diluye (Inversa del Cuadrado).

Paso clave!



Planeta intercepta luz como un disco (πR_p^2) y refleja según su Albedo (A).

Recuerda esto!



Planeta irradia calor por su área total esférica ($4\pi R_p^2$).

Recuerda esto!



Equilibrio térmico ($L_{in} = L_{out}$)
+ Efecto de la Atmósfera (η).

Recuerda esto!

¡Guarda este apunte para tu examen! ❤️